CHAPITRE 5

LES INDICES

→ Indices élémentaires, taux de variation
→ Indices synthétiques
→ Indices de Laspeyres, de Paasche
→ Agrégation d'indices partiels
→ Enchaînement d'indices successifs
→ Intérêt et inflation, déflation

REPÈRES

Les séries statistiques que l'on a appris à examiner dans les chapitres précédents sont *a priori* des séries d'observations simultanées (les notes d'anglais des étudiants d'un groupe, le chiffre d'affaires en 1987 de différentes entreprises, etc.).

Un autre type de données mesure la même grandeur observée à différentes périodes (le salaire d'un individu, le poids d'une vache, le PNB d'un pays, etc.).

On peut dès lors étudier l'évolution dans le temps de cette grandeur, à l'aide d'un *indice.*

Les indices synthétiques permettront de donner une mesure globale de l'évolution simultanée de plusieurs grandeurs, en particulier dans le cas des prix.

1. Indices élémentaires

Un indice élémentaire permet de mesurer l'évolution d'une grandeur simple.

a) Données

Une grandeur quelconque (par exemple le nombre d'abonnés d'un journal ou le prix du litre d'essence) a été mesurée à deux moments, ou *périodes.*

On appelle *période de base* ou *période de référence* la période initiale. Elle est notée : période 0.

On appelle *période courante* ou *période finale* la seconde période. Elle est notée : période *t.*

En notant X la grandeur étudiée, on a donc les deux observations : x_0 et x_t.

On veut mesurer l'évolution de cette grandeur entre la période de base et la période *t.*

b) Indice

On définit l'*indice élémentaire* (noté: $i_{t/0}$) de la grandeur *X* à la période *t* par rapport à la période 0 comme le rapport entre la valeur courante et la valeur de base :

$$i_{t/0} = \frac{\text{valeur courante}}{\text{valeur de base}} = \frac{x_t}{x_0}.$$

Un indice donne ainsi une mesure multiplicative de l'évolution.

Un usage très répandu consiste à mesurer l'évolution d'une manière équivalente par le *taux de variation :*

$$t_{t/0} = \frac{x_t - x_0}{x_0}.$$

Ce taux est simplement l'écart entre 1 et l'indice $i_{t/0}$:

$$i_{t/0} = 1 + t_{t/0}.$$

Il est la plupart du temps exprimé en pourcentage et énoncé en terme de hausse ou de baisse. En présence d'un tel énoncé, il faut garder à l'esprit la mesure multiplicative de l'évolution et la valeur correspondante de l'indice.

On donnera deux exemples :

- Si le nombre d'abonnés d'un journal passe de 285 000 à 319 200, l'indice élémentaire du nombre des abonnés vaut :

$$i = \frac{319\,200}{285\,000} = 1{,}12.$$

Le nombre d'abonnés a été multiplié par 1,12.

On dit, d'une manière équivalente, que le nombre d'abonnés est en augmentation (ou en hausse) de [(1,12 – 1) x 100], soit 12 %. Hélas, un usage abusif fait parfois dire que l'indice vaut 12 % (ou même 12 !).

Le contexte et la valeur indiquée permettent en général de voir s'il s'agit véritablement de l'indice ou du taux de variation.

• Si le prix du litre d'essence passe de 5,60 F à 5,32 F, l'indice du prix de l'essence vaut:

$$i = \frac{5{,}32}{5{,}60} = 0{,}95.$$

Le prix du litre a été multiplié par 0,95.
On dit aussi que le prix est en baisse (ou diminution) de 5 % car (0,95 – 1) x 100 = – 5.

On pourra retenir les deux règles suivantes :

– Une multiplication par x (c'est-à-dire un indice élémentaire $i = x$) est équivalente à une variation en pourcentage de : $(x - 1) . 100$.

– Une variation en pourcentage de y est équivalente à une multiplication par : $1 + \frac{y}{100}$.

c) Propriété

Les indices élémentaires s'enchaînent par multiplication. Soit $i_{1/0}$ l'indice mesurant l'évolution de la grandeur x entre la période 0 et 1, et $i_{2/1}$ celui mesurant l'évolution de cette même grandeur entre les périodes 1 et 2 ; l'indice $i_{2/0}$ qui mesure l'évolution entre 0 et 2 s'obtient à partir des deux indices précédents :

$$i_{2/0} = i_{1/0} \cdot i_{2/1}.$$

Cette propriété permet le passage entre une série d'indices à base mobile : $i_{1/0}, i_{2/1}, i_{3/2}, \dots, i_{t/t-1}, \dots$, mesurant l'évolution entre les périodes successives, et la série correspondante des indices à base fixe, par exemple : $i_{1/0}, i_{2/0}, i_{3/0}, \dots, i_{t/0}, \dots$, mesurant l'évolution depuis la même période de base. On a en effet :

$$i_{t/0} = i_{1/0} \cdot i_{2/1} \cdot \dots \cdot i_{t/t-1} \quad \text{et} \quad i_{t/t-1} = \frac{i_{t/0}}{i_{t-1/0}}.$$

Les indices (élémentaires) donnent une mesure multiplicative de l'évolution qui ne dépend pas des unités utilisées. Ils permettent ainsi de comparer l'évolution de grandeurs différentes.

2. Indices synthétiques et indices synthétiques de prix

Un indice synthétique permet de mesurer l'évolution d'un ensemble de grandeurs.
Étudions la construction spécifique d'un indice synthétique des prix de l'alimentation.

a) Données

On veut définir un indice synthétique mesurant l'évolution globale des prix des aliments. Si on note p_{j0} le prix unitaire (au kg, à la pièce, etc., selon les produits) de l'aliment j en période de base, et p_{jt} son prix en période courante, l'indice élémentaire du prix de cet aliment vaut :

$$i_{jt/0} = \frac{p_{jt}}{p_{j0}}.$$

En général, les prix des aliments n'évoluent pas de la même manière et ces indices élémentaires diffèrent.

b) Méthode du « panier à provision »

Une idée simple pour construire un indice synthétique des prix consiste à définir une consommation alimentaire type, ou « panier à provision », composée des différents aliments choisis en des quantités fixées, puis d'en calculer le prix total aux prix courants et aux prix de base et d'en faire le rapport, comme pour un indice élémentaire.
En notant q_j les quantités retenues dans le panier, l'indice ainsi défini s'écrit :

$$I_{t/0} = \frac{\sum p_{jt} \cdot q_j}{\sum p_{j0} \cdot q_j}.$$

L'indice dépend donc du panier, c'est-à-dire de la répartition en quantités choisie.
Si on choisit le panier défini par la consommation de la période de base, on obtient l'*indice de Laspeyres,* noté $L_{t/0}$:

$$L_{t/0} = \frac{\sum p_{jt} \cdot q_{j0}}{\sum p_{j0} \cdot q_{j0}}.$$

Si on choisit le panier défini par la consommation de la période courante, on obtient l'*indice de Paasche,* noté $P_{t/0}$:

$$P_{t/0} = \frac{\sum p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum p_{j0} \cdot q_{jt}}.$$

Les indices de Laspeyres sont les plus employés ; ils permettent de conserver le même panier aussi longtemps que la période de base est retenue comme référence.
Tant que le panier varie peu, les différents indices restent proches. En revanche, aucune des deux méthodes de pondération n'est totalement satisfaisante lorsque la structure de la consommation change sensiblement.
En effet, la pondération par les quantités de la période de base (Laspeyres) permet d'isoler *spécifiquement* l'influence (sur l'indice) des seuls changements des prix des articles, mais ceux-ci s'appliquent à une composition du panier qui peut devenir (avec le temps) irréaliste.
Inversement, la pondération par les quantités de la période courante (Paasche) offre l'avantage de tenir compte des changements de *structure* de la consommation (modification du panier), mais la valeur de l'indice mêle l'influence des changements de prix *et* des quantités.

Par la même méthode, on définit des indices synthétiques de prix pour de nombreux domaines : l'habillement, les services, les matières premières, etc. Le tout est de se donner un panier répartissant convenablement les produits concernés.

L'indice des prix de l'ensemble des produits consommés est une mesure de l'*inflation,* c'est-à-dire de la hausse générale des prix.

c) Indice de Fisher

L'indice de Fisher (F) est la moyenne géométrique des deux indices précédents :

$$F = \sqrt{\text{indice de Paasche} \times \text{indice de Laspeyres}}$$

d) Propriétés des indices synthétiques de prix

On montre que l'indice de Laspeyres est encore la moyenne arithmétique des indices élémentaires : $i_{jt/0}$, pondérés par les parts en valeurs correspondantes $q_{j0} \cdot p_{j0}$ dans le panier de base :

$$L_{t/0} = \frac{\Sigma (p_{j0} \cdot q_{j0}) \cdot i_{jt/0}}{\Sigma p_{j0} \cdot q_{j0}}.$$

L'enchaînement multiplicatif est appliqué aux indices synthétiques bien qu'il ne soit plus alors vérifié que d'une manière approchée.

e) Usages des indices synthétiques de prix

Par construction, les indices synthétiques de prix donnent une mesure multiplicative moyenne de l'évolution d'un ensemble de prix : ce sont des indicateurs de tendance centrale.

A l'inverse, la connaissance d'un indice synthétique de prix permet de comparer des données monétaires de périodes différentes, correction faite de l'évolution générale des prix (par exemple, le salaire d'un cadre supérieur en 1968 et en 1988). Cette correction s'appelle la *déflation* des séries temporelles de prix.