APPLICATIONS

5-1. Indices élémentaires

Une entreprise produit une année 8 000 parasols qu'elle vend 355 F pièce. L'année suivante, elle produit 8 600 parasols qu'elle vend 380 F pièce.

a) Déterminer l'indice du prix d'un parasol.

b) Déterminer l'indice de quantité de la production de l'entreprise.

c) Déterminer l'indice de valeur de la production de l'entreprise.

Corrigé.

a) L'indice élémentaire mesurant l'évolution du prix d'un parasol est le rapport du prix final au prix initial. Il vaut donc :

$$i_p = \frac{380}{355} = 1{,}07.$$

On dit encore, en utilisant la formule du taux de variation, que le prix unitaire du parasol a crû de 7 %, car (1,07 – 1) x 100 = 7.

b) De même, le rapport de la quantité finale produite à la quantité initiale est l'indice élémentaire de quantité mesurant l'évolution en volume de cette production :

$$i_q = \frac{8\,600}{8\,000} = 1{,}075.$$

La production a crû de 7,5 % en quantité.

c) Le rapport des valeurs totales des deux productions définit enfin un indice d'évolution en valeur. Pour chaque période, la valeur totale est le produit de la quantité produite par le prix unitaire, ce qui donne :

$$i_v = \frac{(8\,600 \times 380)}{(8\,000 \times 355)} = 1{,}15.$$

La production a crû de 15 % en valeur.

5-2. Indices synthétiques de prix

Le tableau suivant donne les paniers alimentaires (simplifiés) aux périodes initiale et finale, ainsi que les prix des produits retenus (les quantités sont en kilos ou en litres ; les prix unitaires correspondants, en francs) :

Produits	q_{j0}	p_{j0}	q_{jt}	p_{jt}
Pain	0,30	3,00	0,25	4,00
Légume (p. de terre)	0,50	4,50	0,40	5,00
Fruit (orange)	0,15	5,00	0,20	7,00
Viande	0,20	40,00	0,20	60,00
Vin	0,40	12,00	0,30	15,00

a) Calculer l'indice de Laspeyres des prix de l'alimentation.

b) Calculer l'indice de Paasche.

c) Une famille a dépensé 145 F par jour pour se nourrir en période initiale. Déterminer combien elle doit s'attendre à dépenser pour son alimentation quotidienne en période finale.

d) L'examen des deux paniers montre que l'on mange moins à la seconde période. Indiquer si ce fait est pris en compte par les indices calculés.

Corrigé.

a) L'indice de Laspeyres est une mesure synthétique de l'évolution des différents prix, définie comme le rapport mesurant l'évolution du prix total du panier de la période de base entre les deux périodes :

$$L_{t/0} = \frac{\sum p_{jt} \cdot q_{j0}}{\sum p_{j0} \cdot q_{j0}}.$$

La valeur totale du premier panier aux prix initiaux est :

$$\begin{aligned} V_0 &= \sum p_{j0} \cdot q_{j0} \\ &= (3 \times 0,30) + (4,5 \times 0,50) + (5 \times 0,15) + (40 \times 0,20) + (12 \times 0,40) \\ &= 16,7 \text{ (F)} \end{aligned}$$

et aux prix de la période finale :

$$\begin{aligned} V_t &= \sum p_{jt} \cdot q_{j0} \\ &= (4 \times 0,30) + (5 \times 0,50) + (7 \times 0,15) + (60 \times 0,20) + (15 \times 0,40) \\ &= 22,75 \text{ (F)}. \end{aligned}$$

L'indice de Laspeyres vaut donc : $L_{t/0} = \frac{V_t}{V_0} = \frac{22,75}{16,7} = 1,36.$

Il indique une hausse de 36 % du coût de l'alimentation.

b) L'indice de Paasche se définit comme l'indice de Laspeyres, mais à partir du panier de la période finale :

$$P_{t/0} = \frac{\sum p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum p_{j0} \cdot q_{jt}}.$$

La valeur totale du second panier aux prix initiaux est :

$$\begin{aligned} V'_0 &= \sum p_{j0} \cdot q_{jt} \\ &= (3 \times 0,25) + (4,5 \times 0,40) + (5 \times 0,20) + (40 \times 0,20) + (12 \times 0,30) \\ &= 15,15 \text{ (F)} \end{aligned}$$

et aux prix de la période finale :

$$\begin{aligned} V'_t &= \sum p_{jt} \cdot q_{jt} \cdot \\ &= (4 \times 0,25) + (5 \times 0,40) + (7 \times 0,20) + (60 \times 0,20) + (15 \times 0,30) \\ &= 20,9 \text{ (F)}. \end{aligned}$$

L'indice de Paasche vaut donc : $P_{t/0} = \frac{V'_t}{V'_0} = \frac{20,9}{15,15} = 1,38.$

Il indique une hausse de 38 % du coût de l'alimentation.

Le fait que les deux indices ont des valeurs différentes ne doit pas étonner, puisqu'ils ne calculent pas les mêmes rapports, l'indice de Laspeyres retenant (dans la pondération des prix par les quantités) la structure de la consommation *passée,* alors que la pondération de l'indice de Paasche se fonde sur la structure de la consommation *actuelle.* Ils donnent cependant des valeurs proches si le panier ne varie pas beaucoup; d'autre part, si les paniers sont très différents, la mesure d'une évolution globale en terme d'indice n'est plus très pertinente.

c) Les indices donnent une mesure moyenne de l'évolution générale des prix. Un budget alimentaire de 145 F par jour en période initiale évolue dans un rapport égal à l'indice des prix en vigueur sur la période. En période finale, le budget est donc de : 1,36 x 145 = 197 (F) en utilisant l'indice de Laspeyres. Il s'agit d'un calcul théorique ; une famille donnée n'a pas forcément pour menu le panier de l'INSEE, et son effectif peut même changer entre les périodes !

On comprend de ce fait que la nature des biens retenus dans l'indice et le choix des méthodes de pondération puissent susciter des controverses entre les « partenaires » sociaux. Les enjeux politiques et sociaux de la mesure de l'augmentation du coût de la vie ou de la mesure de l'évolution des rémunérations expliquent l'âpreté de la discussion : « Indice unique, indice inique... »

d) Les indices précédents sont des indices de prix. Ils mesurent simplement l'évolution des prix à travers celle d'un panier type. La diminution en quantité de la consommation, observée entre les deux paniers, n'est aucunement prise en compte par ces indices.

5-3. Agrégation d'indices partiels

Un indice de Laspeyres des prix à la consommation est obtenu à partir de trois groupes de produits dont on donne les pondérations (ou coefficients budgétaires) :

Alimentation	2 516
Produits manufacturés	4 438
Services	3 046

a) Au cours de l'année, les prix de l'alimentation augmentent de 2,5 %, ceux des produits manufacturés de 0,2 % et ceux des services de 4,6 %.

Déterminer la hausse globale des prix à la consommation au cours de l'année.

b) On suppose que, l'année suivante, les prix de l'alimentation croissent de 1 %, ceux des produits manufacturés baissent de 2 % et ceux des services croissent de 3 %.

Déterminer l'évolution globale des prix pendant la seconde année, en utilisant les mêmes pondérations que précédemment.

c) Déterminer l'évolution globale des prix sur l'ensemble des deux années.

Corrigé.

a) L'indice utilisé est un indice de Laspeyres. Il peut donc s'obtenir en calculant la moyenne des indices élémentaires pondérés par les parts en valeur dans le panier utilisé.

Comme pour les moyennes pondérées (voir application **2-3.**), on peut calculer l'indice global à partir des indices partiels (pour des sous-groupes de produits), pondérés par leurs parts en valeur du panier total. Ces parts en valeur sont parfois appelées coefficients budgétaires. Ceux-ci reflètent la composition (structure) du panier, c'est-à-dire l'importance relative de chaque poste de dépense de consommation.

Ici, la consommation est répartie en trois sous-groupes (l'alimentation, les produits manufacturés et les services) dont les coefficients budgétaires sont donnés. Les indices partiels, énoncés en terme de hausse, sont respectivement : 1,025 ; 1,002 ; 1,046. L'agrégation à l'aide des pondérations donne donc pour l'indice global :

$$I_1 = \frac{(2\,516 \times 1{,}025) + (4\,438 \times 1{,}002) + (3\,046 \times 1{,}046)}{2\,516 + 4\,438 + 3\,046} = 1{,}0212,$$

soit une hausse globale de 2,1 % des prix à la consommation.

Le fait que la somme des coefficients budgétaires atteigne exactement 10 000 ne doit pas étonner : les pondérations pouvant être définies à une échelle quelconque, ce choix simplifie les calculs.

b) On reprend le même calcul avec les indices partiels de l'année suivante et les mêmes pondérations. On trouve un indice global :

$$I_2 = \frac{(2\,516 \times 1{,}01) + (4\,438 \times 0{,}98) + (3\,046 \times 1{,}03)}{2\,516 + 4\,438 + 3\,046} = 1{,}0089,$$

soit une hausse globale des prix de 0,9 %.

c) L'augmentation des prix sur l'ensemble des deux années s'obtient en multipliant les indices successifs :

$$I = I_1 \,.\, I_2 = 1{,}0212 \times 1{,}0089 = 1{,}03,$$

soit une hausse globale de 3 % sur les deux ans.

Il est important de noter que ce calcul est d'une tout autre nature que les deux précédents.

Dans les questions **a)** et **b)**, on agrège des indices partiels portant sur des produits différents (les trois groupes de la consommation) et mesurés sur la même période : il s'agit de l'agrégation de moyennes pondérées partielles.

Dans la question **c)**, au contraire, on enchaîne dans le temps des indices portant sur les mêmes produits (ici, l'ensemble de la consommation) et mesurés sur des périodes successives : il s'agit de l'enchaînement multiplicatif d'indices successifs.

5-4. Enchaînement d'indices successifs

On a observé entre le 1er janvier et le 31 décembre les hausses des prix annuelles suivantes (en France) :

Année	1982	1983	1984	1985	1986
Hausse	11,8	9,6	7,4	5,8	2,1

a) Préciser en termes d'indices et de dates le sens des données précédentes.

b) Déterminer l'indice mesurant l'évolution des prix sur l'ensemble de la période.

c) Sur la période 1974-1986, les prix ont été multipliés par 3,36. Déterminer l'indice mesurant l'évolution des prix sur la période 1974-1981.

Corrigé.

a) L'énoncé signifie qu'entre le début et la fin de l'année 1982, les prix (globalement) ont été multipliés par 1,118 , en 1983, par 1,096 , etc.

b) Les indices successifs s'enchaînent par multiplication et l'indice mesurant l'évolution des prix du début de 1982 à la fin de 1986 vaut donc :

$$I_{1986/1982} = I_{1983/1982} \cdot I_{1984/1983} \cdot I_{1985/1984} \cdot I_{1986/1985}$$

$$= 1{,}118 \times 1{,}096 \times 1{,}074 \times 1{,}058 \times 1{,}021 = 1{,}422,$$

soit une hausse de 42,2 % sur les cinq ans.

Il est très important de noter que ce sont les indices eux-mêmes, et non les taux d'inflation, qui s'enchaînent par multiplication.

c) Toujours du fait de l'enchaînement multiplicatif, l'indice sur la période 1974-1986 est le produit de l'indice sur la période 1974-1981 par l'indice sur la période 1982-1986 :

$$I_{1986/1974} = I_{1981/1974} \cdot I_{1986/1982}.$$

$I_{1986/1974}$ étant égal à 3,36 et $I_{1986/1982}$ à 1,422, on déduit :

$$I_{1981/1974} = \frac{I_{1986/1974}}{I_{1986/1982}} = \frac{3{,}36}{1{,}422} = 2{,}36.$$

En d'autres termes, les prix ont été multipliés par 2,36 sur la période 1974-1981.

Il vaut mieux éviter de parler d'une hausse de 136 % ; bien que strictement correct, un tel énoncé est parfois source d'ambiguïté.

5-5. Déflation élémentaire

a) Les prix croissent de 10 %. Déterminer comment varie le pouvoir d'achat.

b) Les prix baissent de 34 %. Déterminer comment varie le pouvoir d'achat.

c) Le salaire d'un individu croît de 10 %, tandis que les prix croissent de 15 %. Déterminer l'évolution du pouvoir d'achat de ce salarié.

Corrigé.

a) Le pouvoir d'achat, sans autre indication, désigne le pouvoir d'achat de la monnaie. Il faut donc déterminer comment évolue le pouvoir d'achat d'une somme donnée (par exemple un billet de 100 F) lorsque les prix croissent de 10 %.

Au départ, la somme donnée permet d'acheter une certaine quantité Q_0 de biens (par exemple du sucre). Si les prix croissent de 10 %, ils sont multipliés par l'indice 1,10 ; la quantité Q_1 qu'on peut acheter est alors la quantité initiale Q_0 divisée par 1,10 :

$$Q_1 = \frac{Q_0}{1{,}10}.$$

L'évolution du pouvoir d'achat est alors mesurée par l'indice, rapport de la quantité finale à la quantité initiale :

$$I = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{1}{1{,}10} = 0{,}909.$$

Le pouvoir d'achat diminue donc de 9,1 % (écart entre 1 et 0,909).

Il est important de noter que la réponse « évidente » qui consiste à dire : « Les prix croissent de 10 %, donc le pouvoir d'achat baisse de 10 % » est fausse, comme le montre l'explication détaillée qui précède. Même si les énoncés sont en termes de hausse ou de baisse, il s'agit d'indices, et la solution est multiplicative.

b) La question est la même que précédemment. Avec un indice de prix de 0,66 (1 – 0,34), l'indice d'évolution du pouvoir d'achat est :

$$I = \frac{1}{0{,}66} = 1{,}52.$$

Le pouvoir d'achat augmente donc de 52 %.

c) Le pouvoir d'achat d'un salaire mesure la quantité de biens qu'il permet d'acquérir. Par suite, l'évolution nominale du salaire doit être corrigée de l'évolution des prix.

Ayant compris le caractère multiplicatif des opérations sur les indices, on divise l'indice mesurant l'évolution du salaire par l'indice mesurant l'évolution des prix, pour obtenir l'indice d'évolution du pouvoir d'achat de ce salaire :

$$I = \frac{1{,}10}{1{,}15} = 0{,}957.$$

En d'autres termes, le salaire *réel* baisse donc de 4,3 %, car (0,957 – 1) x 100 = – 4,3.

5-6. Déflation

Un salarié gagnait 3 800 F par mois en 1975 ; 6 100 F en 1980 ; 9 400 F en 1983. On donne les indices de prix :

$$I_{p1980/1975} = 1{,}65, \text{ et } I_{p1983/1980} = 1{,}39.$$

a) Exprimer les trois salaires mensuels en francs constants de 1983.

b) Déterminer l'évolution réelle du salaire sur les périodes : 1975-1980, 1980-1983 et 1975-1983.

Corrigé.

a) Du fait de l'inflation, les salaires mensuels, exprimés en *francs courants* des périodes où ils ont été perçus, ne sont pas directement comparables. On peut les convertir en *francs constants* d'une même période, par exemple de 1983 ; c'est-à-dire qu'on détermine les salaires équivalents (au sens de l'évolution générale des prix) en francs de 1983. Cette opération est la déflation de la série des salaires.

Concrètement :

- les 9 400 F de salaire mensuel de 1983 sont en francs de 1983 ;
- les 6 100 F de 1980 sont en francs courants de 1980 et équivalent à :

$$6\,100 \,.\, I_{p1983/1980} = 6\,100 \times 1{,}39 = 8\,479 \text{ (francs-1983)} ;$$

- les 3 800 F de 1975 sont en francs courants de 1975 et équivalent à :

$$3\,800 \,.\, I_{p1980/1975} \cdot I_{p1983/1980} = 3\,800 \times 1{,}65 \times 1{,}39$$
$$= 8\,715{,}3 \text{ (francs-1983)}.$$

b) Les salaires ainsi convertis en francs constants de la même époque peuvent à présent être comparés, et permettent d'apprécier l'évolution en termes réels (et non plus en valeur nominale) du salaire.

- Pendant la période 1975-1980, le salaire réel évolue dans un rapport :

$$I_{s\,1980/1975} = \frac{8\,479}{8\,715{,}3} = 0{,}973.$$

Il diminue donc de 2,7 %, car $(0{,}973 - 1) \times 100 = -2{,}7$.

- Pendant la période 1980-1983, le rapport est :

$$I_{s\,1983/1980} = \frac{9\,400}{8\,479} = 1{,}109,$$

soit une augmentation de 10,9 %.

- Pour la période totale, 1975-1983 :

$$I_{s\,1983/1975} = \frac{9\,400}{8\,715{,}3} = 1{,}079,$$

soit une augmentation de 7,9 % du salaire réel.

Ces indices peuvent être calculés plus rapidement, sans passer explicitement par les salaires déflatés. Par exemple, l'évolution réelle du salaire de 1975 à 1980 est l'évolution nominale, corrigée de la variation des prix :

$$I_{s\,1980/1975} = \frac{\dfrac{6\,100}{3\,800}}{I_{p\,1980/1975}} = \frac{1{,}61}{1{,}65} = 0{,}973.$$

On retrouve naturellement le même résultat que ci-dessus.

5-7. Intérêt et inflation

On emprunte pour un an un capital au taux d'intérêt 11 %. Pendant ce temps, les prix croissent de 5 %. Déterminer le taux d'intérêt réel de cet emprunt.

Corrigé.

Un capital K_0, emprunté au taux d'intérêt a, doit être remboursé à l'issue de la période :

$$K_1 = K_0 \,.\, (1 + a), \text{ intérêt compris,}$$

et le rapport : $\dfrac{K_1}{K_0} = 1 + a$ mesure l'évolution de la dette, accrue par l'intégration de l'intérêt.

Mais, en fait, en période d'inflation de taux b, les sommes K_0 et K_1 ne sont pas comparables. Il faut donc convertir le capital emprunté K_0 en francs constants de la période ; soit K'_0 la valeur convertie :

$$K'_0 = K_0 \,.\, (1 + b).$$

Le rapport de ces deux sommes K_1 et K'_0 représente l'augmentation en termes réels de la dette sur la période : $\dfrac{K_1}{K'_0} = \dfrac{K_0 \,.\, (1 + a)}{K_0 \,.\, (1 + b)} = \dfrac{1 + a}{1 + b}$ dont l'écart par rapport à 1 est le taux d'intérêt réel.

Ici : $a = 0{,}11$ et $b = 0{,}05$ et $\frac{1+a}{1+b} = \frac{1{,}11}{1{,}05} = 1{,}057$.

Le taux d'intérêt réel est de 5,7 %. Nous vérifions que contrairement à une opinion couramment reçue, le taux d'intérêt réel n'est pas (rigoureusement) égal au taux nominal déduction faite du pourcentage de hausse des prix. La solution, ici encore, est multiplicative.

EXERCICES D'ENTRAINEMENT

5-8. Indices élémentaires

On donne les statistiques suivantes concernant le parc des hypermarchés et celui des supermarchés en 1982 et en 1986 (les surfaces sont en milliers de m^2) :

Année	Nombre de magasins	Surface de vente	Nombre de salariés
HYPERMARCHÉS			
1982	460	2 561	90 137
1986	591	3 149	108 420
SUPERMARCHÉS			
1982	3 822	3 059	nc
1986	5 298	4 321	nc

a) Mesurer (en terme d'indice) l'évolution du parc d'hypermarchés, en nombre de magasins, en surface de vente et en nombre de salariés. Commenter.

b) Mesurer (en terme d'indice) l'évolution du parc de supermarchés, en nombre de magasins et en surface de vente. Commenter.

5-9. Indice synthétique de prix

Le tableau suivant donne les « paniers » (fictifs) représentant la consommation type dans un débit de boissons aux périodes initiale et finale, ainsi que les prix unitaires des produits retenus.

a) Calculer l'indice de Laspeyres des prix de la consommation de boisson.

b) Calculer l'indice de Paasche.

Produits	q_0	p_0	q_t	p_t
Café	10	2,70	10	3,50
Demi	7	4,80	8	6,80
Verre de vin	10	2,60	7	3,50
Menthe à l'eau	4	3,75	5	4,50
Jus de fruits	3	6,20	5	9,00

5-10. Agrégation d'indices partiels

L'indice des prix agricoles retient trois groupes de produits :
– A : les produits végétaux hors fruits et légumes ;
– B : les produits animaux ;
– C : les fruits et légumes.

Pour chacun des groupes, on donne l'indice en juin 1984, et les pondérations utilisées. La période de base est 1975.

Groupe	Pondération	Indice
A	3 690	2,116
B	5 487	1,917
C	823	2,609

a) Calculer l'indice global des prix agricoles pour juin 1984.

b) Pour le groupe des fruits et légumes, l'indice d'octobre 1984 vaut 2,375. Déterminer quel prix il faut s'attendre à payer en octobre un assortiment de fruits et légumes payés 1 800 F en juin 1984.

5-11. Enchaînement

On a observé les hausses des prix annuelles suivantes aux États-Unis et au Japon :

Année	1982	1983	1984	1985
États-Unis	6,0	3,1	3,4	3,5
Japon	2,7	1,9	2,2	2,1

a) Déterminer l'indice mesurant l'évolution des prix sur l'ensemble de la période pour les États-Unis, puis pour le Japon.

b) Sur la période 1980-1985, les prix ont crû de 28,8 % aux États-Unis, et de 14,2 % au Japon. Déterminer l'indice mesurant l'évolution des prix sur la période 1980-1981 pour chacun des deux pays.

5-12. Déflation

Un rentier a touché 150 000 F en 1974, 335 000 F en 1981, 410 000 F en 1983 et 495 000 F en 1986. On donne les indices de prix :

$$I_{1986/1983} = 1{,}16 \; ; \; I_{1983/1981} = 1{,}22 \; ; \; I_{1981/1974} = 2{,}08.$$

a) Exprimer les quatre sommes perçues en francs constants de 1974.

b) Déterminer l'évolution réelle de la rente entre les périodes : 1974, 1981, 1983 et 1986.