Exercice II

II. On dispose de données (fichier « aviation87.xls », section *Exemples pour Excel*) concernant le transport aérien en 1987, et indiquant pour 50 compagnies occidentales :

Q	l'offre de transport (en tonnes.kilomètres)
L	l'effectif
K	le poids de la flotte (en tonnes)
PP	le caractère public ou privée de la compagnie

On envisage le modèle

$$(1) \qquad \log Q = \alpha + \beta.\log L + \gamma.\log K + \varepsilon$$

où l'aléa ε est supposé suivre les conditions des mco avec normalité.

1° Commenter brièvement ce modèle en indiquant notamment la signification des coefficients β et γ. Estimer le modèle par les mco et commenter les résultats obtenus.

2° On observe que la productivité ne bénéficie pas d'effet d'échelle si $\beta + \gamma = 1$ et on note δ l'élasticité d'échelle, égale à $(\beta + \gamma - 1)$.

Réécrire le modèle sous une forme (2) algébriquement équivalente faisant apparaître l'élasticité d'échelle, estimer le modèle sous cette forme pour tester l'hypothèse d'absence d'effet d'échelle grâce au test de Student usuel sur un coefficient et conclure.

3° Refaire le test précédent directement sur le modèle (1) grâce à un test d'hypothèse linéaire.

4° Pour tester l'hypothèse selon laquelle la productivité serait différente entre les compagnies publiques et privées, estimer le modèle (3) obtenu en ajoutant une dummy variable convenable et conclure.

5° Pour tester la stabilité des coefficients du modèle (1) entre les compagnies publiques et privées, estimer le modèle séparément sur les deux groupes, commenter les différences observées, effectuer le test de stabilité globale de Chow et conclure.

Corrigé

II.1 Le modèle proposé est une fonction de production des compagnies de transport aérien, de type Cobb-Douglas : $\log Q = \alpha + \beta.\log L + \gamma.\log K + \varepsilon$ (sous sa forme linéarisée), le travail L étant mesuré par l'effectif en personnel, le capital utilisé K par la masse totale de la flotte et la production Q par le produit (poids x distance) transporté. Du fait de cette forme log-log, les coefficients sont les élasticités du produit aux facteurs.

Le caractère quelque peu simpliste des variables montre à l'évidence qu'il s'agit à nouveau d'un modèle à vocation plus théorique que destiné à des simulations très précises. On estime classiquement la forme linéarisée sur des données en coupe temporelle transversale.

Il n'était pas précisé si l'on devait prendre les logarithmes népériens ou décimaux, cela n'a pas d'importance, tous les logarithmes étant proportionnels seule la valeur de la constante dépend du choix effectué.

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	5.92269	0.23964	24.71	<.0001
LNL	1	0.12287	0.12374	0.99	0.3258
LNK	1	0.89980	0.11846	7.60	<.0001

Le facteur capital fait apparaître un très bon ratio de Student, à l'inverse du facteur travail. L'élasticité du premier est de l'ordre de 0,90 tandis que la seconde, de toute manière très mal estimée, serait beaucoup plus faible. Ces résultats paraissent assez naturels ; considérant l'activité aérienne comme un processus de fabrication, l'emploi du capital volant à une période donnée s'apparente à un processus physique et dépend essentiellement de la technologie aéronautique du moment, en gros la même pour toutes les compagnies ; au contraire l'utilisation du personnel est beaucoup plus variée, entre un service luxueux avec beaucoup d'employés, des transport spartiates du genre charters et d'autres possibilités, et on perçoit que la production telle qu'elle est mesurée dépend assez peu du personnel employé.

II.2 Ayant noté que la quantité $\delta = \beta+\gamma-1$ mesure l'élasticité d'échelle, le problème voulait faire tester l'existence de celle-ci d'une part à la main, en trouvant et effectuant un test de Student *ad hoc*, puis par la procédure générale de test de Fisher d'hypothèse linéaire proposée par tout logiciel d'économétrie. Après quelques tâtonnements, on trouve par exemple le modèle algébriquement équivalent $\log Q/L = \alpha + \delta.\log L + \gamma.\log K/L + \varepsilon$, qui a δ pour coefficient, et permet donc de tester la nullité de δ par le test de Student usuel.

D'autres modèles transformés conviendraient aussi bien, mais un seul suffit.

Le modèle transformé a ici un rôle purement technique, et il n'est pas utile de faire le commentaire économétrique complet de son estimation par les mco ; il suffit d'examiner directement le ratio de Student associé à δ : 0,81, et de conclure qu'on accepte donc l'hypothèse d'absence d'élasticité d'échelle.

On sera rassuré d'apprendre que les autres modèles transformés conduiraient nécessairement au même ratio de Student pour δ.

II.3 Le même test peut être opéré directement, et automatiquement, sur le modèle initial, par la mise en œuvre du test général de Fisher.

Test test1 Results for Dependent Variable LNQ

Source	DF	Mean Square	F Value	Pr > F
Numerator	1	0.02751	0.65	0.4238
Denominator	47	0.04226		

Lisant la valeur F calculée : 0,65, il n'est pas nécessaire de chercher dans une table appropriée les seuils de rejets à 5% ou 1% voulus, la probabilité de la queue de distribution au-delà de cette valeur de F est indiquée : 0,4238. Cette probabilité est largement supérieure à 0,01 comme à 0,05, et conduit donc comme prévu à accepter à nouveau l'hypothèse d'absence d'élasticité d'échelle.

On sera à nouveau rassuré de savoir que le second test est mathématiquement le même que le premier, le second étant effectué sur une quantité rapportée à une loi de Fisher qui est exactement le carré du ratio de Student précédent : 0,65 = 0,81 au carré – aux arrondis d'affichage près…

II.4 Conservant, d'une manière qu'on pourrait juger discutable après le test précédent, la forme initiale du modèle, on cherche désormais à mettre en évidence une différence éventuelle entre les secteurs privé et public. La première méthode est la plus simple qui soit : on introduit une dummy variable singularisant l'un des deux groupes (le choix est arbitraire et ne change rien), ce qui revient simplement à autoriser la constante à changer entre les deux groupes (comme pour les modèles à effet fixe sur des données de panel).

Parameter Estimates

Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	constante	1	5.98021	0.22393	26.71	<.0001
LNL		1	0.14140	0.11535	1.23	0.2265
LNK		1	0.86585	0.11089	7.81	<.0001
PP	caractère privé de la compagnie	1	0.16198	0.05637	2.87	0.0061

On a choisi ici de désigner par PP l'indicatrice du caractère privé de la compagnie ; le ratio de Student : 2,87, est très supérieur à deux, la différence est donc fortement significative et logQ augmente de 0,162 pour le privé. Par passage en exponentielle comme en I, on voit donc que sa productivité est multipliée par Exp(0,16198) soit 1,1758, ou encore supérieure d'environ 18%, à inputs égaux, par rapport au public.

II.5 Elargissant les possibilités de différence entre les deux groupes, on suppose à présent qu'ils suivent simplement le même modèle, mais on l'estime séparément, autorisant les trois coefficients à varier.

Un examen rapide montre que le modèle réduit au secteur privé voit le ratio de Student bien amélioré pour l'élasticité au travail, et sa valeur estimée accrue et supérieure à l'autre (il est vrai mal estimée), cela va néanmoins dans le sens de ce qui était prévisible. A l'inverse l'élasticité au capital volant est supérieure dans le secteur public, ce qui s'explique moins aisément.

Les commentaires précédents supposent implicitement que ces différences soulignées sont significatives, cela peut être testé par le test dit de stabilité globale de Chow.

Public

Variable	DDL	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	5.48209	0.46165	11.87	<.0001
LNL	1	0.14762	0.23472	0.63	0.5373
LNK	1	0.91894	0.20577	4.47	0.0003

```
                                    Privé

                         Parameter        Standard
Variable      DDL         Estimate           Error    t Value    Pr > |t|

Intercept       1          6.47719         0.24889      26.02      <.0001
LNL             1          0.23086         0.12385       1.86      0.0737
LNK             1          0.74799         0.12412       6.03      <.0001
```

Ce test qu'on sait faire à la main peut être effectué automatiquement par SAS, il suffit d'opérer comme pour tester une rupture temporelle sur des données chronologiques, pourvu que les deux populations apparaissent successivement dans les données.

```
                         Structural Change Test

                          Break
Test                      Point     Num DF     Den DF     F Value     Pr > F

Chow                         22          3         44        3.85     0.0157
```

Le F calculé vaut ici 3,85 et il est à nouveau inutile de consulter des tables : on rejette fermement l'homogénéité au risque 5%.

Tableau récapitulatif

*	Constante	Log L	Log K	PP	R-deux	N	SCR
(1)	5.92269 24.71***	0.12287 0.99	0.89980 7.60***		0.9682	50	1.98607
avec PP	6.14219 26.05***	0.14140 1.23	0.86585 7.81***	0.16198 2.87***	0.9730	50	1.68379
Public	5.48209 11.87***	0.14762 0.63	0.91894 4.47***		0.9564	21	0.94361
Privé	6.47719 26.02***	0.23086 1.86*	0.74799 6.03***		0.9823	29	0.62954

(*, ** et *** : Student significatifs à 10%, 5% et 1%)

----===ooOoo===-----

(08.11.2004)