mars 2008

Pari sûr

On présente ci-après une technique classique permettant de gagner à coup sûr à différents jeux de paris et quel que soit le type de cotation, pourvu qu'on soit en présence de plusieurs *bookmakers* dont les cotes respectives satisfont une certaine condition.

Notations

Soit un jeu de paris basé sur le résultat d'un certain événement aléatoire (l'arrivée d'une course de chevaux, de skieurs, de lévriers, le résultat d'un match de football, de tennis, de boxe, d'un concours d'élégance, d'accordéon, d'éloquence, de tango, etc.)

On note : $E_1, \ldots, E_n$, les différents résultats possibles, supposés exclusifs et exhaustifs (par exemple le cheval arrivé le premier – les cas d'*ex æquo* étant exclus, ou bien comptant pour un résultat particulier).

p_i est la probabilité du résultat E_i (pour i de 1 à n), avec évidemment :

$$\sum p_i = 1$$

On suppose tout d'abord qu'il n'y a qu'un seul organisme ou individu qui prend les paris, qu'on appelle le *bookmaker*. C_i est la cote de E_i, c'est à dire (en utilisant la convention européenne, la plus claire et la plus simple à manipuler) la somme que versera le bookmaker au parieur ayant misé une unité sur E_i si E_i se réalise.

Le bookmaker ayant enregistrés des paris, on note M_i le total des mises sur E_i, et M le total de toutes les mises :

$$M = \sum M_i$$

Principe de la cotation probabiliste

On suppose que le bookmaker connaît les probabilités p_i (ou en a de bonnes estimations).

Si l'on voulait un jeu parfaitement équitable, c'est à dire d'espérance de gain pour le parieur - et de perte pour le bookmaker - égale à 0, il suffirait de prendre pour cotes C_i les inverses des probabilités p_i :

$$C_i = 1/p_i$$

en effet l'espérance de gain net de celui qui a misé une unité sur E_i est alors :

$$p_i.C_i - 1 = 1 - 1 = 0$$

Mais naturellement, le bookmaker doit supporter des frais fixes et dégager un profit; pour cette raison il propose des cotes inférieures aux cotes idéales précédentes. Réduisant chacune d'elles dans la même proportion (ce point n'est pas essentiel mais simplifie les calculs et l'exposé), il offre par exemple les cotes :

$C_i = k/p_i$ pour un certain k choisi, strictement inférieur à 1.

On a :

$$\Sigma\ 1/C_i = (1/k).\Sigma\ p_i = 1/k > 1$$ (**relation fondamentale**)

L'espérance de gain net de celui qui mise une unité sur E_i est à présent :

$$p_i.C_i - 1 = k - 1$$

quantité strictement négative. Il en va naturellement de même pour toute combinaison de paris élémentaires.

Si les estimations des probabilités p_i utilisées par le bookmaker sont de mauvaise qualité, un parieur disposant de meilleures estimations peut espérer un gain positif en jouant les résultats sous-estimés (ou surcotés). On ne développe pas cette voie ici, l'objet de l'exposé étant de présenter un jeu gagnant sans incertitude.

Principe de la cotation par les mises

À présent, le bookmaker n'est plus supposé connaître *a priori* les probabilités p_i des différents résultats E_i, mais celles-ci sont simplement estimées par les mises (c'est à dire par l'ensemble des parieurs); p_i est la proportion du total M, des mises M_i que les parieurs ont jouées sur le résultat E_i :

$$p_i = M_i/M$$

Tout ce qui précède, la fixation d'un facteur k et le calcul des cotes, est inchangé :

$C_i = k/p_i = k.M/M_i$ (pour $k<1$)

et la relation fondamentale est conservée.

La différence est qu'avec ces cotes *ad hoc* fixées *a posteriori*, la recette du bookmaker n'est plus aléatoire; si le résultat est E_j, il aura gagné :

$$\Sigma\, M_i - C_j.M_j = M - k.M = (1 - k).M$$

quantité strictement positive et ne dépendant pas du résultat E_j.

Vu autrement, le bookmaker redistribue entre les gagnants une quantité non aléatoire égale à k fois le total des mises et il conserve le reste.

Principe du pari sûr

Quelle que soit sa méthode de cotation, il est évidemment impossible de trouver un bookmaker proposant des cotes ne vérifiant pas la relation fondamentale indiquée plus haut, mais s'il y en a plusieurs, la situation est autre.

On suppose que plusieurs bookmakers offrent des cotes différentes, et on note C_i la meilleure cote pour le résultat E_i. On suppose en outre que ces meilleures cotes vérifient l'inégalité :

$$\Sigma\, 1/C_i = 1 - a < 1 \text{ pour un certain a strictement positif} \qquad (\textbf{inégalité gagnante})$$

Soit un parieur misant $1/C_i$ auprès du bookmaker offrant cette cote sur chaque résultat E_i. Quel que soit le résultat E_j observé, son gain net sera toujours le même et égal à :

$$C_j/C_j - \Sigma\, 1/C_i = 1 - \Sigma\, 1/C_i = a$$

quantité strictement positive du fait de l'inégalité précédente.

Évidemment, pour obtenir un gain $G = L.a$ on devra miser $(G/a)/C_i = L/C_i$ sur chaque résultat E_i.

Cette méthode est appelée *sure bet* par les Anglo-Saxons.

Illustration

Soit un concours de chant tyrolien opposant les candidats A et B, avec possibilité de match nul, et pour lequel deux bookmakers donnent les cotes suivantes :

Cotes	A gagne	match nul	B gagne
bookmaker 1	3	2	4
bookmaker 2	4	2,5	2,5
meilleure cote	4	2,5	4

On observe que 1/4 + 1/2,5 + 1/4 = 0,90 = 1 – 0,10 est strictement inférieur à 1. En misant par exemple 1000/4, 1000/2,5 et 1000/4, soit 250, 400 et 250, sur les trois résultats possibles pour une mise totale de 900, on est donc assuré de gagner 100 quel que soit le résultat final observé.

<u>Remarques</u>

La mise en œuvre de la méthode précédente, telle qu'elle a été exposée, demande la présence de plusieurs bookmakers, ce qui n'est pas le cas (en principe) pour les courses de chevaux en France, réservées au seul PMU.

La présence du facteur k (pas nécessairement le même pour chaque bookmaker) et la proximité des différentes cotes proposées font que les situations satisfaisant l'inégalité gagnante sont rares.

Ces mêmes raisons font que ces gains sûrs sont faibles par rapport aux mises nécessaires, ou encore par rapport aux gains hypothétiques sur un jeu simple et un résultat improbable (ce qui fait rêver les joueurs…)

Si l'on s'intéresse exclusivement au gain du joueur, on peut présenter les choses dans un cadre plus étroit, non probabiliste, fondé uniquement sur les cotes, l'inégalité gagnante suffisant à justifier la méthode.

----==oo0oo==----

(maj 20.09.2013)